

**DIE  
GEOMETRISCHE**

**DREIHEIT**

DIE GEOMETRISCHE FREIHEIT

# NEUER BLICK AUF DIE RELATIVITÄTSTHEORIE

LAVINIA HEISENBERG

*Nach wie vor ist Albert Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie die beste Theorie, um die geheimnisvollsten aller Naturkräfte – die Schwerkraft – zu beschreiben. Aber seine Theorie ist nicht vollständig. Am Institut für Theoretische Physik der Universität Heidelberg wird erforscht, wie Einsteins Überlegungen modifiziert werden müssen, um die Gravitation besser zu erklären – und damit auch die Entstehung des Universums. Eine neue geometrische Darstellung der Allgemeinen Relativitätstheorie bietet eine überraschende und ergänzende Perspektive.*

# „100 Jahre nach der Entdeckung der Allgemeinen Relativitätstheorie ist es eine Herausforderung, sich von der fest verwurzelten Interpretation zu lösen.“

# S

Seit Albert Einstein gehen Gravitation und Geometrie Hand in Hand. Sein in der Allgemeinen Relativitätstheorie (General Relativity/GR) brillant formulierter Ansatz, die Schwerkraft mit der Krümmung der Raumzeit zu identifizieren, ist für unsere Vorstellung so prägend geworden, dass es heute gängige Praxis ist, Gravitationsphänomene als Auswirkung einer gekrümmten Raumzeit zu deuten. Entsprechend einem Gedanken, den Einstein als „den glücklichsten seines Lebens“ bezeichnete, wird die Existenz einer geometrischen Formulierung der Gravitation durch das „Äquivalenzprinzip“ gewährleistet: Ihm zufolge wirkt die Schwerkraft gleichermaßen auf alle Arten von Materie. Damit weist dieses Prinzip auf eine faszinierende Beziehung

zwischen Gravitation und Trägheit hin. Kräftefreie Teilchen bewegen sich so, dass ihre Bahnen möglichst wenig gekrümmt verlaufen, und zeichnen so die geometrischen Eigenschaften der Raumzeit nach.

## Auf der Suche nach geometrischen Objekten

Wenn wir den vom Äquivalenzprinzip nahegelegten geometrischen Charakter der Gravitation annehmen, ist es angebracht, zu untersuchen, auf welche Weisen die Gravitation geometrisiert werden kann und ob diese Weisen zueinander gleichwertig sind. Die Geometrie einer Raumzeit wird dadurch beschrieben, wie sich Vektoren verändern, wenn man sie durch die Raumzeit verschiebt. Sie können dabei ihre Länge und ihre Richtung ändern. Einstein nahm an, dass Vektoren bei der Verschiebung ihre Länge beibehalten und dass sich ihre Richtung allein deswegen ändert, weil die Raumzeit gekrümmt ist. Die Geometrie könnte aber auch so beschaffen sein, dass sich die Länge verändert oder dass Änderungen der Richtung daher kommen, dass die Raumzeit in sich verdrillt ist. Längen werden durch eine Metrik beschrieben, die Verdrillung

durch eine Größe, die Torsion genannt wird. Wenn die Verschiebung zu einer Längenänderung führt, wird sie als nicht-metrisch bezeichnet. Einstein nahm also an, dass die Verschiebung von Vektoren metrisch ist und dass die Raumzeit zwar gekrümmt, aber nicht verdrillt ist.

So kann die Gravitation geometrisch beschrieben werden, doch es geht auch anders. Wie Verschiebungen auf Vektoren wirken, kann allgemeiner dadurch beschrieben werden, wie stark gekrümmt oder verdrillt eine Raumzeit ist und ob beziehungsweise wie sehr sie nicht-metrisch ist.

**Und wenn Einstein nicht recht hätte?**

Einstein entschied sich, die Allgemeine Relativitätstheorie auf eine metrische Raumzeit zu gründen, die nicht verdrillt ist, die Schwerkraft als die Krümmung dieser Raumzeit zu interpretieren und die Dynamik auf die einfachste Weise zu beschreiben, die dann allein aufgrund der Krümmung möglich ist. Der Dynamik liegt wie in allen fundamentalen physikalischen Theorien eine Größe zugrunde, die als Wirkung bezeichnet wird. Die Wirkung der Allgemeinen Relativitätstheorie ist die sogenannte Einstein-Hilbert-Wirkung.

Soweit die Standardansicht – 100 Jahre nach der Entdeckung der Allgemeinen Relativitätstheorie ist es eine Herausforderung, sich von dieser fest verwurzelten Interpretation zu lösen. Es liegt jedoch nahe, sich folgende Frage zu stellen: Könnte die Schwerkraft stattdessen auch den beiden verbleibenden Attributen zugeschrieben werden? Die Antwort darauf ist ein klares Ja: Wir konnten nämlich zeigen, dass es zwei weitere ebenso gut begründete und vollkommen gleichwertige geometrische Formulierungen der Allgemeinen Relativitätstheorie gibt, die die Schwerkraft nicht einer Krümmung zuschreiben, sondern entweder einer Verdrillung (Torsion) oder der Eigenschaft, nicht-metrisch zu sein. Dadurch konnten wir eine „geometrische Dreiheit der Schwerkraft“ etablieren.

In der zweiten alternativen geometrischen Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie wird die Schwerkraft nicht der Krümmung, sondern der Verdrillung zugeordnet. Hier wird die Raumzeit als flach angenommen, und von Verschiebungen von Vektoren wird vorausgesetzt, dass sie metrisch sind, also die Länge von Vektoren nicht ändern. Die Dynamik der Allgemeinen Relativitätstheorie wird nun

**„Das Gebiet der Gravitationswellen-  
astronomie eröffnet eine neue  
und einzigartige Gelegenheit, die  
Allgemeine Relativitätstheorie  
in Systemen zu testen, in denen sie  
noch nicht getestet wurde.“**

### Der Exzellenzcluster STRUCTURES

Die Frage, wie in komplexen Systemen aus dem Zusammenspiel vieler Komponenten neue Phänomene entstehen können, ist das Thema des Exzellenzclusters „STRUKTUREN: Emergenz in Natur, Mathematik und komplexen Daten“ („STRUCTURES: A Unifying Approach to Emergent Phenomena in the Physical World, Mathematics, and Complex Data“). Das Themengebiet des von den Fakultäten für Physik und Mathematik gemeinsam getragenen Exzellenzclusters reicht von der subatomaren Teilchenphysik bis zur Kosmologie und von der fundamentalen Quantenphysik bis zur Neurowissenschaft. In sieben „Comprehensive Projects“ forschen rund 100 Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler aus Physik, Mathematik und Informatik. Anwendungsgebiete für ihre Fragestellungen sind beispielsweise Quanten- oder neuromorphe Computer, die Rechnungen ausführen können, welche traditionellen Computern nicht möglich sind, oder Strukturbildungsprozesse in der Astro- oder Biophysik, die ebenfalls auf dem Zusammenspiel vieler Bestandteile beruhen.

Der Exzellenzcluster wurde im Rahmen der Exzellenzstrategie des Bundes und der Länder an der Universität Heidelberg eingerichtet. Beteiligt sind neun Universitätsinstitute sowie die Max-Planck-Institute für Astronomie (MPIA) und Kernphysik (MPIK) in Heidelberg, das Heidelberger Institut für Theoretische Studien (HITS) und das Zentralinstitut für seelische Gesundheit (ZI) in Mannheim. Sprecher sind Prof. Dr. Manfred Salmhofer (Institut für Theoretische Physik), Prof. Dr. Anna Wienhard (Mathematisches Institut) und Prof. Dr. Ralf S. Klessen (Zentrum für Astronomie).

[www.structures.uni-heidelberg.de](http://www.structures.uni-heidelberg.de)

# „Die Wissenschaft der Gravitationswellen wird unser Wissen über unser Universum erheblich erweitern.“

auftritt. Die so resultierende Theorie wird als TEGR abgekürzt. An der Anzahl ihrer Freiheitsgrade, also gewissermaßen an ihrer Flexibilität, ändert sich dadurch aber nichts.

Die dritte alternative geometrische Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie schreibt die Schwerkraft vollständig der möglichen Eigenschaft der Raumzeit zu, wonach Verschiebungen nicht-metrisch sind, die Raumzeit aber flach und nicht verdrillt ist. Diese beiden Bedingungen erweisen sich als besonders einschränkend in Bezug auf die Art, wie Vektoren verschoben werden können: Dies ist nun nur noch entlang gerader Linien möglich. In dieser nicht-metrischen Formulierung der Gravitation, die wir als CGR bezeichnet haben, entspricht die Wirkung der Theorie bemerkenswerterweise genau der Einstein-Hilbert-Wirkung der Allgemeinen Relativitätstheorie, jedoch ohne eine störende Eigenschaft der Einstein-Hilbert-Wirkung: Sie kommt ohne die Randterme aus, die in Einsteins Formulierung notwendig sind. Damit bietet diese neue geometrische Darstellung der Allgemeinen Relativitätstheorie

nützliche und ergänzende Perspektiven zur Gravitationstheorie.

### Viele Unbekannte – und ein Lösungsvorschlag

Studien in den verschiedenen physikalischen Disziplinen wie der Urknall-Nukleosynthese, der Theorie des sehr frühen Universums, der Interpretation des kosmischen Mikrowellen-Hintergrundes (Cosmic Microwave Background, CMB), der Beschreibung der Entstehung und Entwicklung großräumiger Strukturen sowie den Deutungen der Dunklen Materie und der Dunklen Energie führten zum sehr erfolgreichen und konzeptionell einfachen Standardmodell der Kosmologie. Ihm zufolge begann das Universum vor etwa 13 Milliarden Jahren mit einem Urknall und hat bis heute einen Zustand erreicht, in dem sein Energieinhalt zu 70 Prozent aus Dunkler Energie, zu 25 Prozent aus Kalter Dunkler Materie (Cold Dark Matter, CDM) und zu fünf Prozent aus gewöhnlicher (als baryonisch bezeichneter) Materie besteht. Dieses Standardmodell der Urknall-Kosmologie ist das heute vorherrschende kosmologische Modell, das die Physik auf kosmologischen Skalen

nicht mehr durch die Einstein-Hilbert-Wirkung beschrieben, sondern durch andere Größen, in denen die Verdrillung

THE GEOMETRIC TRINITY

# A NEW LOOK AT THE THEORY OF GENERAL RELATIVITY

LAVINIA HEISENBERG

Gravitation and geometry have been closely linked since Albert Einstein. His approach of equating gravity with the curvature of space-time has become so formative for our imagination that it is now common practice to interpret gravitational phenomena as the effect of a curved space-time. The existence of a geometric formulation of gravity is guaranteed by the equivalence principle: gravity acts equally on all types of matter. This principle points to a fascinating relationship between gravity and inertia. Force-free particles move in such a way that their orbits have the slightest possible curve and thus trace the geometric properties of space-time.

If we assume the geometrical character of gravitation, it is appropriate to investigate in which ways gravity can be geometrised and whether these ways are equivalent to one another. Displacements of vectors on a manifold can be described generically by how strongly curved or twisted a space-time is and whether or not the space-time is non-metric. Einstein decided to base his theory of general relativity on a metric space-time that is neither twisted nor non-metric and to interpret gravity as the curvature of this space-time. We were able to show that there are two other equally well-founded and completely equivalent geometrical formulations of general relativity that do not ascribe gravity to a curvature, but either to torsion or to the property of being non-metric. This enabled us to establish a “geometric trinity of gravity”. ●

PROF. DR LAVINIA HEISENBERG has held the Chair of Theoretical Physics at Heidelberg University's Faculty of Physics and Astronomy since November 2021. She studied physics at Heidelberg University and in 2014 earned her PhD in alternative gravitation theories at the University of Geneva (Switzerland), then worked as a post-doctoral fellow at the Nordic Institute for Theoretical Physics and the Oskar Klein Centre in Stockholm (Sweden), and at the Institute for Theoretical Studies of ETH Zurich (Switzerland). In 2018 Lavinia Heisenberg transferred to the Institute for Theoretical Physics of ETH Zurich, where she accepted a professorship in 2019. She has won several awards for her work on the fundamental properties of gravitation, among them the Gustav Hertz Prize of the German Physical Society. In addition to her academic work, Lavinia Heisenberg has applied to the recruitment programme of the European Space Agency (ESA), which is looking to train new astronauts for the first time since 2009.

Contact: [l.heisenberg@thphys.uni-heidelberg.de](mailto:l.heisenberg@thphys.uni-heidelberg.de)

**“The science  
of gravitational  
waves  
will significantly  
advance our  
knowledge of the  
universe.”**



**PROF. DR. LAVINIA HEISENBERG** ist seit November 2021 Professorin für Theoretische Physik an der Fakultät für Physik und Astronomie der Universität Heidelberg. Nach ihrem Physikstudium an der Universität Heidelberg und ihrer Promotion zu alternativen Gravitationstheorien an der Universität Genf (Schweiz) im Jahr 2014 forschte sie als Postdoktorandin am Nordic Institute for Theoretical Physics und am Oskar Klein Centre in Stockholm (Schweden) sowie am Institute for Theoretical Studies der ETH Zürich (Schweiz). 2018 wechselte Lavinia Heisenberg an das Institut für Theoretische Physik der ETH Zürich, an dem sie 2019 eine Professur übernahm. Ihre Arbeiten zu den fundamentalen Eigenschaften der Schwerkraft wurden mehrfach ausgezeichnet, unter anderem mit dem Gustav-Hertz-Preis der Deutschen Physikalischen Gesellschaft. Lavinia Heisenberg hat sich neben ihrer universitären Arbeit auch für das Rekrutierungsprogramm der Europäischen Weltraumorganisation (ESA) beworben, mit dem diese erstmals seit 2009 wieder Astronaut\*innen sucht.

Kontakt: [l.heisenberg@thphys.uni-heidelberg.de](mailto:l.heisenberg@thphys.uni-heidelberg.de)

zufriedenstellend beschreibt. Weder Dunkle Materie, die im Standardmodell der Teilchenphysik nicht vorkommt, noch die noch exotischere Dunkle Energie sind vollständig verstanden.

Die Entdeckung, dass sich das Universum nicht abgebremst, sondern beschleunigt ausdehnt, löste eine Vielzahl von Versuchen aus, den dafür verantwortlichen physikalischen Mechanismus zu enthüllen. Die einfachste Erklärung ergibt sich in Form einer kosmologischen Konstante, aber ihr durch Beobachtungen geforderter kleiner Wert ist zwar nicht widersprüchlich, stellt aber unser theoretisches Verständnis doch ernsthaft infrage. Ein natürlicher Ansatz für die verwandten Probleme der kosmologischen Konstante und der kosmischen Beschleunigung besteht darin, auf Modifikationen der Schwerkraft auf großen Längenskalen zurückzugreifen. Andererseits verlangen Quantentheorien der Gravitation, dass die Theorie der Schwerkraft auch auf kleinen Skalen verändert wird. Die in der klassischen Theorie auftretenden Singularitäten wie der Urknall und Schwarze Löcher könnten ebenfalls durch eine neue Beschreibung der Gravitation reguliert werden. Die Modifikationen auf kleinen Skalen könnten auch eine andere Entwicklung des frühen Universums diktieren, als sie das gegenwärtig bevorzugte Bild der kosmischen Inflation skizziert. Das Inflationfeld, das im Standardbild für die Inflation verantwortlich gemacht wird, könnte nur eine Reminiszenz an Modifikationen der Gravitation auf kleinen Skalen sein.

Selbst wenn die drei Beschreibungen der Gravitation, die auf Krümmung, Torsion oder nicht-metrischem Verhalten beruhen, die gleiche zugrunde liegende physikalische Theorie ergeben, nämlich die Allgemeine Relativitätstheorie, können aus den entsprechenden Wirkungen erheblich verschiedene Gravitationstheorien konstruiert werden. Vor allem die einfache geometrische Formulierung der Allgemeinen Relativitätstheorie, die nicht-metrische Verschiebungen in einer flachen Raumzeit verwendet, bietet einen vielversprechenden alternativen Ausgangspunkt für modifizierte Gravitationstheorien. Eine unmittelbare Folge einer solchen Modifikation wäre eine Änderung

der Art, wie sich Gravitationswellen durch das Universum ausbreiten.

Der Nachweis von Gravitationswellen durch die beiden Interferometer des LIGO-Observatoriums hat das Gebiet der Gravitationswellenastronomie eröffnet. Besondere Aufmerksamkeit haben solche Emissionsereignisse von Gravitationswellen auf sich gezogen, die durch die Verschmelzung zweier Schwarzer Löcher ausgesandt werden. Dieses neue Gebiet der beobachtenden Astronomie eröffnet eine neue und einzigartige Gelegenheit, die Allgemeine Relativitätstheorie in solchen physikalischen Systemen zu testen, in denen sie noch nie getestet wurde. Wir können daher mit Sicherheit erwarten, dass die Wissenschaft der Gravitationswellen zu einem Schlüsselgebiet nicht nur der Gravitationsphysik, sondern der gesamten fundamentalen Physik werden und unser Wissen über unser Universum erheblich erweitern wird. Eines unserer zukünftigen Ziele wird es sein, Gravitationswellenbeobachtungen durch bodengestützte und weltraumbasierte Netzwerke von Gravitationsinterferometern umfassend zu nutzen, um die Gültigkeit der Allgemeinen Relativitätstheorie zu testen. ●