

# Index

- a posteriori, 174
- a priori, 174
- Abbildung, 7
  - bijektiv, 7
  - injektiv, 7
  - surjektiv, 7
- Abel (1802–1829), 76
- Abgeschlossenheit, 43
- Ableitung, 145
  - der Exponentialfunktion, 149, 153
  - der Monomfunktion, 149
  - der Potenzfunktion, 153
  - der rationalen Funktion, 149
  - der Umkehrfunktion, 151
  - des Arcus-Cosinus, 152
  - des Arcus-Cotangens, 152
  - des Arcus-Sinus, 152
  - des Arcus-Tangens, 152
  - des Cosinus, 149
  - des Cotangens, 151
  - des Logarithmus, 152
  - des Sinus, 149
  - des Tangens, 151
  - einer rationalen Funktion, 151
  - eines Polynoms, 151
  - linearer Funktionen, 148
- Abschluss , 102
- absolut divergent, 78
- Absolutbetrag, 18, 55, 62, 99
- abzählbar, 44
- Additionstheorem, 121
- äquidistant, 185
- Algebra, 17, 108
- Allquantor, 6
- Anfangswertaufgabe, 158
- Anordnungsaxiome, 43
- Anordnungsrelation, 48
- Äquivalenzklasse, 6, 32
- Äquivalenzrelation, 6, 15, 23, 32
- Archimedes (287(?)–212 v. Chr.), 41
- Archimedisches Prinzip, 43
- Arcus-Cosinus, 129
- Arcus-Funktion, 128
- Arcus-Sinus, 128
- Arcus-Tangens, 129
- Argand (1768–1822), 55
- arithmetische Operationen, 10
- arithmetisches Mittel, 48
- Arzelà (1847–1912), 137
- Ascoli (1843–1896), 137
- Assoziativgesetz, 10, 16, 43, 46, 52
- Auswahlaxiom, 69
- Axiom, 10
- Axiomatik von  $\mathbb{R}$ , 43
- Banach (1892–1945), 137
- Banach-Raum, 227
- Basis, 34, 50
- Bernoulli (1655–1705), 41
- Bernoullische Ungleichung, 44
- Bessel (1784–1846), 232
- Besselsche Ungleichung, 232
- Bewertung, 19
- Bild, 7
- Bildbereich, 97
- Binomialreihe , 172
- Binominalkoeffizient, 19
- binomische Formel, 16, 20
- Bisektionsverfahren, 108
- Bois-Reymond (1831–1889), 242
- Bolzano (1781–1848), 34
- Borel (1871–1956), 217
- Brechungsgesetz, 161
- Brouwer (1881–1966), 35
- Brouwerscher Fixpunktsatz, 108
- Cantor (1845–1918), 5
- Cardano (1501–1576), 55
- Cauchy (1789–1857), 28
- Cauchy-Folge, 29, 35, 36, 55, 62, 136
- Cauchy-Produkt, 85
- Cauchysche Hauptwert, 206
- Charakteristik, 50
- Cohen (1934–2007), 46
- Computer, 50
- Cosinus, 120, 124, 170
- Cosinus hyperbolicus, 127
- Cotangens, 127
- Cotangens hyperbolicus, 127
- Dedekind (1831–1916), 16

- Dedekindscher Schnitt, 38  
 Definitheit, 18, 135  
 Definitionsbereich, 97  
 Dezimalbruch, 17  
     periodisch, 18, 95  
     unendlich, 32, 81  
 Differentiation, 145  
 Differenzenquotienten, 145  
 differenzierbar, 145  
 Dirichlet (1805–1859), 76  
 Distributivgesetz, 10, 16, 43, 52  
 Doppelreihe, 84  
 Doppelreihensatz, 85  
 Doppelsumme, 47  
 Drehstreckung, 130  
 Dreiecksungleichung, 18, 135  
 Dualsystem, 50  
  
 $e$ , 41, 71, 79, 87, 89  
 Einheitswurzel, 54, 129  
 Einzugsbereich, 175  
 Element, 5  
 Entwicklung  
      $b$ -adisch, 34  
     dyadisch, 34  
 Eudoxos (um 400 v. Chr.), 25  
 Euklid (ca. 355–290 v. Chr.), 14  
 Euklidischer Algorithmus, 17, 115  
 Euler (1707–1783), 41  
 Eulersche Formel, 120  
 Eulersche Zahl, 41  
 Existenzquantor, 6  
 Exponent, 50  
 Exponentialausdruck, 47, 165  
 Exponentialfunktion, 90, 100, 102, 115, 125,  
     170  
 Exponentialreihe, 87  
 Exponentialsumme, 231  
 Extrapolation zum Limes, 133  
 Extremum, 169  
  
 Fakultät, 19  
 Feinheit, 185  
 Fermat (1601–1655), 154  
 Fermatsche Prinzip, 159  
 Fibonacci (um 1170 – um 1250), 65  
 Fibonacci-Zahlen, 65, 94  
 Fixpunkt, 108  
 Fixpunktgleichung, 65  
 Folge, 28  
     beschränkt, 29, 66  
     beschränkt nach oben, 66  
     beschränkt nach unten, 66  
     divergent, 63  
     konvergent, 28  
     monoton fallend, 70  
     monoton steigend, 70  
     strikt divergent, 28  
     unbeschränkt, 66  
 Formalismus, 35  
 FORTRAN, 46  
 Fourier (1768–1830), 223  
 Fourier-Koeffizienten, 230  
 Fourier-Reihe, 231  
 Fourier-Summe, 230  
 Fundamentalfolge, 29  
 Fundamentalsatz  
     der Analysis, 197  
 Fundamentalsatz der Algebra, 54  
 Funktion, 97  
      $C^\infty$ , 167  
     Absolutbetrag, 98  
     affin-linear, 147  
     Extremum, 109  
     gerade, 240  
     glatt, 167  
     Imaginärteil, 98  
     Infimum, 109  
     injektiv, 98  
     Komposition, 98  
     konkav, 157  
     konstant, 98  
     konvex, 157  
     Maximum, 109  
     Minimum, 109  
     monoton, 156, 189  
     monoton fallend, 100  
     monoton steigend, 100  
     periodisch, 229  
     rational, 100  
     Realteil, 98

- Restriktion, 98
- reziprok, 98
- stetig, 103, 189
- streng monoton, 100
- Supremum, 109
- trigonometrisch, 227
- ungerade, 240
- unstetig, 103
- Funktional, 193
- Funktionalanalysis, 34, 69
- Funktionalgleichung, 89, 115, 142
- Funktionsraum  $C[a, b]$ , 135
- Funktionsreihen, 178
- Funktionentheorie, 55, 108, 115
  
- Gödel (1906–1978), 46
- Gamma-Funktion, 221
- Gauß (1777–1855), 12
- geometrische Reihe, 73
- geometrische Summenformel, 12
- geometrisches Mittel, 48
- Gibbs (1839–1903), 239
- Gibbssches Phänomen, 239
- Gleichheitsrelation, 6
- Gleichheitssymbol, 4
- Gleichung
  - algebraisch, 41, 54
  - kubisch, 54
  - linear, 15
  - quadratisch, 25, 54
- Gleitkommagitter, 50
- Gleitkommazahl, 50
- Goldbach (1698–1764), 14
- Goldbachsche Vermutung, 14
- goldener Schnitt, 65, 94
- größter gemeinsamer Teiler, 17
- Graph, 97
- Gregory (1638–1675), 172
- Grenze
  - obere, 66
  - untere, 66
- Grenzwert, 61
  
- Häufungspunkt, 66, 67, 102
- Häufungswert, 66, 67
- Hamilton (1805–1865), 55
  
- Hauptzweig, 129
- Heine (1821–1881), 217
- hermitesch, 224
- Hilbert (1862–1943), 8
- Hilbertsches Hotel, 8
- Homogenität, 135
- homomorph, 8
- Huygens (1629–1695), 132
- hyperbolische Funktion, 127
  
- Identitätsfunktion, 98
- IEEE-Format, 50
- imaginäre Einheit, 53
- Imaginärteil, 53, 62
- Implikationssymbol, 4
- Induktionsprinzip, 11
- Induktionsschluß, 11
- Infimum, 37, 66
- inkommensurabel, 25, 41
- Inkrement, 145
- intergrierbar
  - lokal, 206
- Intervall
  - abgeschlossen, 97
  - halboffen, 97
  - offen, 97
  - unendlich, 97
- Intervallschachtelung, 27, 37, 39, 43, 68, 107
- Intuitionismus, 35
- inverse Funktion, 98
- Irrationalität von  $e$ , 88
- irreduzibel, 112, 114
- Isomorphismus, 8
  
- Körper  $\mathbb{C}$ , 52
- Körper  $\mathbb{R}$ , 35
- Körperaxiome, 43
- Kettenregel, 153
- Kombinatorik, 19
- Kommutativgesetz, 10, 16, 43, 46
- komplexe Zahlenebene, 53
- komplexen Zahlenebene, 119
- konkav, 157
- Kontinuumshypothese, 46
- Konvergenz
  - $L^2$ , 225

- absolut, 77
- beschränkte, 215
- gleichmäßige, 134, 213
- im quadratischen Mittel, 225
- monotone, 215
- punktweise, 133
- quadratisch, 71, 175
- Konvergenzkriterium
  - von Abel, 76
  - von Cauchy, 28, 72
  - von Dirichlet, 76
  - von Leibniz, 74
- Konvergenzradius, 82, 95, 179
- konvex, 157
- Kreisteilungspolynom, 129
- Kreiszahl, 41
- Kronecker (1823–1891), 9
- Kronecker-Symbol, 227
- Kurve
  - eben, 209
  - geschlossen, 209
- Kurvenlänge, 210
- Kurvenstück, 209
- L'Hospital (1661–1704), 162
- L'Hospitalsche Regeln, 162
- Lagrange (1736–1813), 114
- Lagrange-Interpolation, 114
- Lagrangeschen Restglied, 167
- Lambert (1728–1777), 41
- Laplace (1749–1827), 55
- Lebesgue (1875–1941), 216
- Leibniz (1646–1716), 1
- Limes, 28, 61
  - superior, 67
  - inferior, 67, 70
  - regulär, 102
  - singulär, 102
  - superior, 70
- Lindemann (1852–1939), 41
- Lineare Algebra, 56
- Linearfaktorzerlegung, 113
- Linearkombination, 62, 73, 150
- Lipschitz (1832–1903), 105
- Lipschitz-stetig, 158
- Logarithmus
  - natürlicher, 171
- Logarithmus zur Basis  $a$ , 117
- Lottospiel, 20, 24
- Mächtigkeit, 8, 19, 46
- Majorante, 78
- Mantisse, 50
- Maschinengenauigkeit, 51
- Maschinenoperation, 51
- Maschinenzahl, 50
- Mathematische Logik, 13
- Maximum, 36
- Maximumnorm, 135, 227
- Menge, 5
  - überabzählbar, 8
  - abgeschlossen, 68, 102
  - abzählbar, 8
  - dicht, 36
  - kompakt, 68
  - leer, 5
  - unendlich, 8
- Mengen
  - äquivalent, 8
  - Differenz, 5
  - Durchschnitt, 5
  - isomorph, 8
  - Vereinigung, 5
- Mengenlehre, 5, 9
- Mertens (1840–1927), 86
- Metamathematik, 14
- Methode der kleinsten Quadrate, 159
- Minimum, 36
- Mittelwertsatz
  - der Differentialrechnung, 156
  - der Integralrechnung, 195, 198
  - verallgemeinerter, 161
- monoton
  - stückweise, 192
- Multiplikativität, 18
- natürlicher Logarithmus, 100, 116
- Negation, 3, 13
- neutrales Element, 43, 52
- Newton (1643–1727), 1
- Newton-Verfahren, 71, 173

- Norm, 19, 135, 225  
     $L^2$ , 225  
Normkonvergenz, 135  
Nullfolge, 29, 61  
Nullmenge, 5  
Nullstelle, 98, 112, 173  
nullteiler-frei, 17  
Numerik, 133
- Oberintegral, 186  
Obersumme, 186  
Ordnungsrelation, 17, 56  
Ordnungssymbol, 4  
orthogonal, 227  
Orthogonalsystem, 227
- p/q-Formel, 54  
parallel, 6  
Parameterdarstellung, 209  
Parseval (1755–1836), 237  
Parsevalsche Gleichung, 237  
Partialbruchzerlegung, 202  
Partialsomme, 72  
partielle Integration, 199  
Pascal (1623–1662), 12, 21  
Pascalsche Dreieck, 21  
Peano (1858–1932), 10  
Peanosches Axiomensystem, 10  
Periodizität, 125  
Permutation, 19  
Phrasen  
    ‘genau ein’, 3  
    ‘hinreichend’, 3  
    ‘notwendig’, 3  
    ‘o.B.d.A.’, 4  
    ‘trivial’, 4  
    fast alle, 61  
 $\pi$ , 41, 131, 211  
Polardarstellung, 129, 130  
Polygonzug, 131, 209  
Polynom, 103, 108, 111  
    trigonometrisch, 230  
Polynombasis, 114  
Polynomfunktion, 100  
Polynomgrad, 100, 111  
Polynominterpolation, 114  
    polynomische Formel, 24  
Potenzausdruck, 47  
Potenzmenge, 8, 22  
Potenzreihe, 82, 165, 179, 214  
Primzahl, 13  
Primzahlpaar, 14  
Produktfolge, 30, 62  
Produktregel, 150  
Produktsatz  
    von Abel, 86  
    von Mertens, 86  
Produktsymbol, 4  
Pythagoras (um 580 v. Chr.), 25
- Quadratwurzel, 25, 40, 52, 71  
Quantor, 6  
Quaternionen, 56  
Quotientenfolge, 30, 62  
Quotientenkriterium, 79  
Quotientenregel, 150
- Realteil, 53, 62  
reelle Zahlengerade, 45  
Reflexivitätsgesetz, 6  
Regelfunktion, 190  
Regelintegral, 190  
Reihe, 72  
    alternierend, 74, 75  
    harmonische, 74, 171  
    Leibnizsche, 75  
Reihenrestglied, 122  
rektifizierbar, 210  
Repräsentant, 6  
Restglied, 167, 200  
Riemann (1826–1866), 94, 187  
Riemann-Integral, 187  
    unbestimmtes, 197  
    uneigentliches, 204  
Riemann-integrierbar, 187, 223  
Riemannsche Summe, 188  
Rolle (1652–1719), 155  
Rundung, 51  
Rundungsfehler, 51  
Russel (1872–1970), 9

- Satz
- Arzelà-Ascoli, 137, 143
  - Beschränktheit, 109
  - Extremum, 109, 154
  - Gleichmäßigen Konvergenz, 134
  - Gleichmäßigen Stetigkeit, 105
  - Rolle, 155
  - Vollständigkeit, 136
  - von Bolzano-Weierstraß, 67
  - von der monotonen Konvergenz, 70
  - von der Umordnung, 83
  - von Pythagoras, 25
- Schopenhauer (1788-1860), 2
- Schranke
- obere, 66
  - untere, 66
- Schwarz (1843–1921), 49, 225
- Schwarzsche Ungleichung, 49, 225
- Sesquilinearform, 224
- Sinus, 120, 170
- Sinus hyperbolicus, 127
- Skalarprodukt, 224
- $L^2$ , 224
- Snellius (1580–1626), 161
- Stabilität
- der Differenzierbarkeit, 177
  - der Stetigkeit, 134
- Stammfunktion, 197
- stetig
- gleichmäßig, 105
  - stückweise, 192, 223
- stetig differenzierbar, 146
- Stetigkeit
- der Exponentialfunktion, 106
  - der Komposition, 103
  - der Monomfunktionen, 106
  - der Restriktion, 103
  - der Umkehrfunktion, 104
  - der Wurzelfunktion, 106
  - des Absolutbetrags, 103
  - des Imaginärteils, 103
  - des Quotienten, 103
  - des Realteils, 103
- Stifel (1487–1567), 117
- strikte Teilmenge, 5
- Subadditivität, 18
- Substitutionsregel, 201
- Summenfolge, 30, 62
- Summenprodukt, 47
- Summensymbol, 4
- Supremum, 37, 66
- Symmetriegesetz, 6
- symmetrisch, 224
- Tangens, 127
- Tangens hyperbolicus, 127
- Tangente, 147, 173
- Taylor (1685–1731), 166
- Taylor-Entwicklung, 200
- Taylor-Polynom, 166
- Taylor-Reihe, 168
- teilbar, 114
- Teiler, 112
- teilerfremd, 16, 112
- Teilfolge, 29, 61
- Teilmenge, 5
- Transitivität, 17
- Transitivitätsgesetz, 6
- Trennungseigenschaft, 38, 43, 66
- Treppennäherung, 110
- Treppenfunktion, 100, 106, 186, 235
- Trichotomie, 43
- trigonometrische Funktion, 119
- überabzählbar, 44, 59
- Umfangsminimierung, 159
- Umgebung, 105
- Umkehrabbildung, 7
- Umkehrfunktion, 98, 101
- Umordnung, 82
- totale, 82, 83
- unendliches Produkt, 118
- Unterintegral, 186
- Untersumme, 186
- Urbild, 7
- Vektorraum, 62, 111
- Verdichtungssatz von Cauchy, 81
- Verfeinerung, 185
- Vergleichskriterium, 78
- Verzinsung, 42

- Vielfachheit, 113
- vollständig, 36
- vollständige Induktion, 11
- Vollständigkeit
  - von  $\mathbb{C}$ , 55
  - von  $\mathbb{R}$ , 36
- Vollständigkeitsaxiom, 43
- Vollständigkeitsrelation, 237
- Weierstraß (1815–1897), 67
- Widerspruchsbeweis, 13
- widerspruchsfrei, 10
- Wurzel, 39
- Wurzelberechnung, 176
- Wurzelfunktion, 99
- Wurzelkriterium, 78
- Young (1863–1942), 58
- Zahl
  - algebraisch, 59
  - ganz, 15
  - hyperkomplex, 56
  - irrational, 25
  - komplex, 52
  - konjugiert komplex, 55
  - Nachfolger, 10
  - natürlich, 8, 9
  - negativ, 15
  - neutral, 15
  - prim, 13
  - rational, 15, 23, 25
  - reell, 25, 27, 32
  - transzendent, 59
  - transzendent, 41
- Zahlenfolge, 61
- Zerlegung, 185
- Zermelo (1871–1953), 69
- Ziffer, 18
- Zwischenwertsatz, 107