

Inhaltsverzeichnis

Literaturverzeichnis	ix
0 Einleitung	1
1 Fehleranalyse	5
1.1 Zahldarstellung und Rundungsfehler	5
1.2 Konditionierung numerischer Aufgaben	7
1.2.1 Arithmetische Grundoperationen	11
1.2.2 Lösung quadratischer Gleichungen	12
1.3 Stabilität numerischer Algorithmen	12
1.3.1 Lösung quadratischer Gleichungen	13
1.3.2 Auswertung arithmetischer Ausdrücke	14
1.3.3 Auswertung von Polynomen	15
1.4 Übungsaufgaben	17
2 Interpolation und Approximation	23
2.1 Polynominterpolation	24
2.1.1 Auswertung von Polynomen	27
2.1.2 Interpolation von Funktionen	29
2.1.3 Hermite-Interpolation	33
2.2 Extrapolation zum Limes	35
2.2.1 Fehlerkontrolle	39
2.3 Spline-Interpolation	40
2.4 Trigonometrische Interpolation	47
2.4.1 Diskrete Fourier-Transformation	54
2.5 Gauß-Approximation	56
2.6 Tschebyscheff-Approximation	66
2.6.1 „Optimale“ Lagrange-Interpolation	70
2.7 Übungsaufgaben	72
3 Numerische Integration	77
3.1 Interpolatorische Quadraturformeln	77

3.2	Gaußsche Quadraturformeln	83
3.3	Das Romberg-Verfahren	90
3.4	Praktische Aspekte der Integration	93
3.5	Übungsaufgaben	96
4	Lineare Gleichungssysteme I (Direkte Verfahren)	99
4.1	Störungstheorie	100
4.1.1	Vektor- und Matrizennormen	100
4.1.2	Eigenwerte und Skalarprodukte	103
4.1.3	Fehleranalyse	106
4.2	Gaußsches Eliminationsverfahren	109
4.2.1	Konditionierung der Gauß-Elimination	115
4.2.2	Nachiteration	117
4.2.3	Determinantenberechnung	119
4.2.4	Rangbestimmung	120
4.2.5	Inversenberechnung (Gauß-Jordan-Algorithmus)	120
4.2.6	Direkte LR-Zerlegung	124
4.3	Gleichungssysteme mit spezieller Struktur	126
4.3.1	Bandmatrizen	126
4.3.2	Diagonaldominante Matrizen	128
4.3.3	Positiv definite Matrizen	129
4.4	Nicht reguläre Systeme	131
4.4.1	Gaußsche Ausgleichsrechnung	132
4.4.2	Householder-Verfahren	138
4.5	Die Singulärwertzerlegung	141
4.6	Übungsaufgaben	146
5	Nichtlineare Gleichungen	153
5.1	Das Newton-Verfahren im \mathbb{R}^1	153
5.2	Das Konvergenzverhalten iterativer Verfahren	160
5.3	Interpolationsmethoden	164
5.4	Methode der sukzessiven Approximation im \mathbb{R}^n	168
5.5	Das Newton-Verfahren im \mathbb{R}^n	174

5.5.1	Gedämpftes Newton-Verfahren	179
5.6	Übungsaufgaben	180
6	Lineare Gleichungssysteme II (Iterative Verfahren)	185
6.1	Fixpunktiterationen	186
6.1.1	Jacobi- und Gauß-Seidel-Verfahren	192
6.1.2	SOR-Verfahren	194
6.2	Abstiegsverfahren	199
6.2.1	Gradienten-Verfahren	201
6.2.2	CG-Verfahren	204
6.2.3	Allgemeinere CG-Verfahren und Vorkonditionierung	210
6.3	Ein Modellproblem	213
6.4	Übungsaufgaben	217
7	Eigenwertaufgaben	221
7.1	Konditionierung des Eigenwertproblems	223
7.2	Iterative Verfahren	225
7.3	Reduktionsmethoden	229
7.4	Tridiagonal- und Hessenberg-Matrizen	236
7.4.1	LR- und QR-Verfahren	236
7.4.2	Verfahren der Sturmschen Kette	240
7.5	Übungsaufgaben	244
8	Lineare Optimierung	247
8.1	Lineare Programme	247
8.2	Der Simplex-Algorithmus	252
8.3	Übungsaufgaben	262
A	Lösungen der Übungsaufgaben	265
A.1	Kapitel 1	265
A.2	Kapitel 2	277
A.3	Kapitel 3	294
A.4	Kapitel 4	301
A.5	Kapitel 5	317

A.6 Kapitel 6	332
A.7 Kapitel 7	338
A.8 Kapitel 8	341
Index	348